Roll. No. ....

O.M.R. Serial No. | | | | | | | | |

Question Booklet Number

B.Sc. (Part-III) EXAMINATION, 2022

MATHEMATICS

[Paper : First]

(Real Analysis)

Paper Code			
0	3	5	8

Question Booklet Series
C

Time : 2 : 00 Hours **Max. Marks : 60**

Instructions to the Examinee :

1. Do not open the booklet unless you are asked to do so.

2. The booklet contains 80 questions. Examinee is required to answer all 80 questions in the OMR Answer-Sheet provided and not in the question booklet. All questions are of equal value.

3. Examine the Booklet and the OMR Answer-Sheet very carefully before you proceed. Faulty question booklet due to missing or duplicate pages/questions or having any other discrepancy should be got immediately replaced.

(Remaining instructions on last page)

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश :

1. प्रश्न-पुस्तिका को तब तक न खोलें जब तक आपसे कहा न जाए।

2. प्रश्न-पुस्तिका में 80 प्रश्न हैं। परीक्षार्थी को सभी 80 प्रश्नों को केवल दी गई OMR आन्सर-शीट पर ही हल करना है, प्रश्न-पुस्तिका पर नहीं। प्रत्येक प्रश्नो के अंक समान हैं।

3. प्रश्नों के उत्तर अंकित करने से पूर्व प्रश्न-पुस्तिका तथा OMR आन्सर-शीट को सावधानीपूर्वक देख लें। दोषपूर्ण प्रश्न-पुस्तिका जिसमें कुछ भाग छपने से छूट गए हों या प्रश्न एक से अधिक बार छप गए हों या उसमें किसी अन्य प्रकार की कमी हो, उसे तुरन्त बदल लें।

(शेष निर्देश अन्तिम पृष्ठ पर)

1. Every Cauchy sequence is :

(A) Constant

(B) Bounded

(C) Differentiable

(D) None of the above

2. Which statement is true?

(A) Every convergent sequence is Cauchy

(B) Every Cauchy sequence is convergent

(C) Every bounded sequence is Cauchy

(D) Every Cauchy sequence is unbounded

3. Which statement is true?

(A) Every finite set is a closed set in R

(B) Finite set has finite limit points

(C) Finite set is open in R

(D) Infinite bounded set of R has no limit point

4. A set E is perfect if :

(A) $E \cap E' = \phi$

(B) $E = E'$

(C) $E \subset E'$

(D) $E' \subset E$

where E' is the set of all limit points of E.

1. प्रत्येक कोशी अनुक्रम होता है :

(A) स्थिर

(B) परिबद्ध

(C) अवकलनीय

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

2. कौन-सा कथन सत्य है?

(A) प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम कोशी होता है

(B) प्रत्येक कोशी अनुक्रम अभिसारी होता है

(C) प्रत्येक परिबद्ध अनुक्रम कोशी होता है

(D) प्रत्येक कोशी अनुक्रम अपरिबद्ध होता है

3. कौन-सा कथन सत्य है?

(A) प्रत्येक परिमित समुच्चय R में संवृत होता है

(B) परिमित समुच्चय के परिमित सीमा बिन्दु होते हैं

(C) परिमित समुच्चय R में विवृत होता है

(D) अपरिमित परिबद्ध समुच्चय (R के लिए) का कोई सीमा बिन्दु नहीं होता है

4. एक समुच्चय E परफेक्ट होता है यदि :

(A) $E \cap E' = \phi$

(B) $E = E'$

(C) $E \subset E'$

(D) $E' \subset E$

जहाँ E', E के सभी सीमा बिन्दुओं का समुच्चय है।

5. Let $X = R$ with usual metric and $A = (1, 10) \cup (12, 15)$ then diameter A is :

(A) 1

(B) 4

(C) 14

(D) 10

6. Let R with discrete metric and if $A = (15, 20)$ then diameter A will be :

(A) 0

(B) 1

(C) 5

(D) 13

7. $B(x_0, r)$ in the real line will be :

(A)

(B) $(x_0 - r, x_0 + r)$

(C) $(x_0 - r, x_0)$

(D) $(x_0, x_0 + r)$

8. The closed interval [1,4] is a neighbourhood of :

(A) point 1

(B) point 4

(C) points 2, 3

(D) points 1, 2, 3, 4

5. माना $X = R$ जिस पर साधारण दूरीक परिभाषित है और $A = (1, 10) \cup (12, 15)$ तब A का व्यास होगा :

(A) 1

(B) 4

(C) 14

(D) 10

6. यदि R जिस पर विविक्त दूरीक परिभाषित है और यदि $A = (15, 20)$ तब A का व्यास होगा :

(A) 0

(B) 1

(C) 5

(D) 13

7. वास्तविक रेखा पर $B(x_0, r)$ होगा :

(A) ϕ

(B) $(x_0 - r, x_0 + r)$

(C) $(x_0 - r, x_0)$

(D) $(x_0, x_0 + r)$

8. संवृत अन्तराल [1, 4] एक नेबरहुड है :

(A) बिन्दु 1 का

(B) बिन्दु 4 का

(C) बिन्दुओं 2, 3 का

(D) बिन्दुओं 1, 2, 3, 4 का

9. The integral $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x^p} dx$ is convergent when :

(A) $p > 1$

(B) $p > 2$

(C) $p < 2$

(D) $p \geq 2$

9. समाकलन $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x^p} dx$ अभिसारी होगा जब :

(A) $p > 1$

(B) $p > 2$

(C) $p < 2$

(D) $p \geq 2$

10. The integral $\int_1^2 \frac{\sqrt{x}\, dx}{\log x}$ is :

(A) Oscillatory

(B) Convergent

(C) Divergent

(D) None of the above

10. समाकलन $\int_1^2 \frac{\sqrt{x}\, dx}{\log x}$ है :

(A) दोलनकारी

(B) अभिसारी

(C) अपसारी

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

11. The integral $\int_0^1 x^{n-1} \log x\, dx$ is convergent if :

(A) $n > 0$

(B) $n < 0$

(C) $n < -1$

(D) $n < -2$

11. समाकलन $\int_0^1 x^{n-1} \log x\, dx$ अभिसारी होगा यदि :

(A) $n > 0$

(B) $n < 0$

(C) $n < -1$

(D) $n < -2$

12. The integral $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^m x}{x^n} dx$ is convergent if :

(A) $n > m + 1$

(B) $n < m + 1$

(C) $n > m$

(D) $n < m$

12. समाकलन $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^m x}{x^n} dx$ अभिसारी होगा यदि :

(A) $n > m + 1$

(B) $n < m + 1$

(C) $n > m$

(D) $n < m$

13. Which one is metric on R?

(A) $d(x,y)=\left|\left(x^2-y^2\right)\right|$

(B) $d(x,y)=|x-2y|+|2y-x|$

(C) $d(x,y)=\left|x^3-y^3\right|$

(D) $d(x,y)=\min(x,y)$

14. Let x_0 be any point in the discrete metric space X then $B(x_0, r)$ where $r>1$ will be :

(A) ϕ

(B) $\{x_0\}$

(C) X

(D) None of the above

15. (0, 1) is open in :

(A) R

(B) R^2

(C) R^3

(D) None of the above

16. In a metric space the intersection of an arbitrary family of open sets is :

(A) Always open

(B) Closed

(C) May not be open

(D) None of the above

13. निम्न में से कौन R पर एक दूरीक है?

(A) $d(x,y)=\left|\left(x^2-y^2\right)\right|$

(B) $d(x,y)=|x-2y|+|2y-x|$

(C) $d(x,y)=\left|x^3-y^3\right|$

(D) $d(x,y)=\min(x,y)$

14. यदि x_0 किसी विविक्त दूरीक समष्टि X का कोई बिन्दु है तब $B(x_0, r)$ जहाँ $r>1$, होगा :

(A) ϕ

(B) $\{x_0\}$

(C) X

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

15. (0, 1) विवृत होता है :

(A) R में

(B) R^2 में

(C) R^3 में

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

16. एक दूरीक समष्टि में स्वेच्छ कुल के विवृत समुच्चयों का सर्वनिष्ठ होता है :

(A) हमेशा विवृत

(B) संवृत

(C) विवृत नहीं भी हो सकता है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

17. The maximum of the lengths of subintervals of a partition P is called :

(A) Mesh

(B) Net

(C) Filter

(D) Dissection

17. विभाजन P के उपअन्तराल की लम्बाइयों के अधिकतम मान को कहते हैं :

(A) मेश

(B) नेट

(C) फिल्टर

(D) डिसेक्शन

18. If f is a monotonic function on $[a, b]$ then f will be :

(A) Continuous

(B) Differentiable

(C) Integrable

(D) None of the above

18. यदि फलन f, $[a, b]$ पर एकदिष्ट फलन है तो f होगा :

(A) सतत

(B) अवकलनीय

(C) समाकलनीय

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

19. If f is a continuous function on $[a, b]$ such that $\int_a^b f\,dx = f(\xi)(b-a)$ then which is true?

(A) $\xi < a$

(B) $\xi > b$

(C) $\xi \in [a, b]$

(D) None of the above

19. यदि f, $[a, b]$ पर एक सतत फलन है जैसे कि $\int_a^b f\,dx = f(\xi)(b-a)$ तब कौन-सा सत्य है?

(A) $\xi < a$

(B) $\xi > b$

(C) $\xi \in [a, b]$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

20. If $\{s_n\}$ is a sequence such that $s_n > 0,\ \forall\, n \in N$ and $\lim_{n\to\infty} \frac{s_{n+1}}{s_n} = \ell$ then $\lim_{n\to\infty} (s_n)^{1/n}$ will be :

(A) $\ell/2$

(B) ℓ

(C) $3\ell/2$

(D) 2ℓ

20. यदि $\{s_n\}$ एक अनुक्रम है जहाँ $s_n > 0,\ \forall\, n \in N$ और $\lim_{n\to\infty} \frac{s_{n+1}}{s_n} = \ell$ तब $\lim_{n\to\infty} (s_n)^{1/n}$ होगा :

(A) $\ell/2$

(B) ℓ

(C) $3\ell/2$

(D) 2ℓ

21. The integral $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^n}$, where $a > 0$ is convergent when :

(A) $n > 1$

(B) $n < 1$

(C) $n = 1$

(D) None of the above

21. समाकलन $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^n}$ जहाँ $a > 0$ अभिसारी होगा जब :

(A) $n > 1$

(B) $n < 1$

(C) $n = 1$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

22. The integral $\int_4^{\infty} \frac{1}{x \log x} dx$ is :

(A) Oscillatory

(B) Convergent

(C) Divergent

(D) None of the above

22. समाकलन $\int_4^{\infty} \frac{1}{x \log x} dx$ है :

(A) दोलनकारी

(B) अभिसारी

(C) अपसारी

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

23. The integral $\int_1^{\infty} \frac{\log x}{x^2} dx$ is :

(A) Oscillatory

(B) Convergent

(C) Divergent

(D) None of the above

23. समाकलन $\int_1^{\infty} \frac{\log x}{x^2} dx$ है :

(A) दोलनकारी

(B) अभिसारी

(C) अपसारी

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

24. The integral $\int_1^{\infty} \frac{x^3}{(1+x)^5} dx$ is :

(A) Oscillatory

(B) Convergent

(C) Divergent

(D) None of the above

24. समाकलन $\int_1^{\infty} \frac{x^3}{(1+x)^5} dx$ है :

(A) दोलनकारी

(B) अभिसारी

(C) अपसारी

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

25. Metrics $d(x,y)$ and $\frac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$ defined on a non-empty set X are :

(A) Equivalent

(B) Reciprocal

(C) Complementary

(D) None of the above

26. Let $X=[0,1)\cup\{2\}$ be a subspace of R with usual metric then $\{2\}$ in X is :

(A) Open

(B) Closed

(C) Not open

(D) None of the above

27. A metric d on a non-empty set X is said to be bounded if $\exists$ is a real number $k>0$ such that :

(A) $d(x,y)\le k,\ \ \forall\ x,\ y\in X$

(B) $d(x,y)>k,\ \ \forall\ x,\ y\in X$

(C) $d(x,y)=\infty,\ \ \forall\ x,\ y\in X$

(D) None of the above

28. Let (X, d) be a metric space and let A, B be subsets of X then which is true?

(A) $\left(\overline{A\cap B}\right)\subseteq A\cap B$

(B) $\left(\overline{A\cap B}\right)\subseteq \overline{A}\cap\overline{B}$

(C) $\overline{A}\cap\overline{B}\subseteq\left(\overline{A\cap B}\right)$

(D) None of the above

25. एक समुच्चय X (जो खाली नहीं है) पर परिभाषित दो दूरीक $d(x,y)$ एवं $\frac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$ हैं :

(A) समतुल्य

(B) व्युत्क्रमानुपाती

(C) परिपूरक

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

26. यदि $X=[0,1)\cup\{2\}$, R की एक उपसमष्टि है, जिसमें साधारण दूरीक परिभाषित है तब X में $\{2\}$ है :

(A) विवृत

(B) संवृत

(C) विवृत नहीं

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

27. एक समुच्चय X (जो खाली नहीं है) पर एक मीट्रिक d परिबद्ध मीट्रिक कहलाता है यदि $\exists$ एक वास्तविक संख्या $k>0$ इस प्रकार अस्तित्व में है कि :

(A) $d(x,y)\le k,\ \ \forall\ x,\ y\in X$

(B) $d(x,y)>k,\ \ \forall\ x,\ y\in X$

(C) $d(x,y)=\infty,\ \ \forall\ x,\ y\in X$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

28. यदि (X, d) एक दूरीक समष्टि है और $A, B,$ X के उपसमुच्चय हैं तब कौन-सा सत्य है?

(A) $\left(\overline{A\cap B}\right)\subseteq A\cap B$

(B) $\left(\overline{A\cap B}\right)\subseteq \overline{A}\cap\overline{B}$

(C) $\overline{A}\cap\overline{B}\subseteq\left(\overline{A\cap B}\right)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

29. The integral $\int_1^\infty x^{m-1}e^{-x}dx$ converges when :

(A) $m > 0$

(B) $m < 0$

(C) $m = 0$

(D) For all values of m

29. समाकलन $\int_1^\infty x^{m-1}e^{-x}dx$ अभिसारी होगा यदि :

(A) $m > 0$

(B) $m < 0$

(C) $m = 0$

(D) m के सभी मान के लिए

30. The integral $\int_e^\infty \frac{\sin x \log x}{x}dx$ is :

(A) Convergent

(B) Divergent

(C) Oscillatory

(D) None of the above

30. समाकलन $\int_e^\infty \frac{\sin x \log x}{x}dx$ है :

(A) अभिसारी

(B) अपसारी

(C) दोलनकारी

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

31. The integral $\int_1^\infty \frac{\sin x^m}{x^n}dx$ is convergent if :

(A) $n > m - 1$

(B) $n > 1 - m$

(C) $n = m - 1$

(D) $n < m - 1$

31. समाकलन $\int_1^\infty \frac{\sin x^m}{x^n}dx$ अभिसारी होगा यदि :

(A) $n > m - 1$

(B) $n > 1 - m$

(C) $n = m - 1$

(D) $n < m - 1$

32. Which integral is not convergent?

(A) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(B) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2}$

(C) $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}$

(D) $\int_0^1 \log x \, dx$

32. कौन-सा समाकलन अभिसारी नहीं है?

(A) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(B) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2}$

(C) $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}$

(D) $\int_0^1 \log x \, dx$

33. Let (X, d) be a metric space and A be any subset of X then which is true?

(A) $X + \text{int}\, A = \left(\overline{X - A}\right)$

(B) $X - \text{int}\, A = X - A$

(C) $X - \text{int}\, A = \left(\overline{X - A}\right)$

(D) None of the above

33. यदि (X, d) एक दूरीक समष्टि है और A कोई X का उपसमुच्चय है तब कौन-सा सत्य है?

(A) $X + \text{int}\, A = \left(\overline{X - A}\right)$

(B) $X - \text{int}\, A = X - A$

(C) $X - \text{int}\, A = \left(\overline{X - A}\right)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

34. Let $X = \{0, 1\}$ with discrete metric then $\overline{B(0,1)}$ is :

(A) $\{0\}$

(B) $\{0, 1\}$

(C) ϕ

(D) None of the above

34. यदि $X = \{0, 1\}$ जिस पर एक विविक्त दूरीक परिभाषित है तब $\overline{B(0,1)}$ होगा :

(A) $\{0\}$

(B) $\{0, 1\}$

(C) ϕ

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

35. In a discrete metric space :

(A) Every set is closed

(B) Every set is bounded

(C) Every set is empty

(D) None of the above

35. एक विविक्त दूरीक समष्टि में :

(A) प्रत्येक समुच्चय संवृत होता है

(B) प्रत्येक समुच्चय परिबद्ध होता है

(C) प्रत्येक समुच्चय रिक्त होता है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

36. Let (X, d) be a metric space. If $\{x_n\}$ and $\{y_n\}$ are sequences in X such that $x_n \to x$ and $y_n \to y$ then :

(A) $d(x_n, y_n) \to x$

(B) $d(x_n, y_n) \to y$

(C) $d(x_n, y_n) \to d(x, y)$

(D) None of the above

36. यदि (X, d) एक दूरीक समष्टि है और यदि $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ पर अनुक्रम है तथा $x_n \to x$, $y_n \to y$ तब :

(A) $d(x_n, y_n) \to x$

(B) $d(x_n, y_n) \to y$

(C) $d(x_n, y_n) \to d(x, y)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

37. The set $N(a,b)=\{(x,y):\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}<\delta\}$ is called :

(A) Deleted neighbourhood of (a, b)

(B) Circular neighbourhood of (a, b)

(C) Rectangular neighbourhood of (a, b)

(D) None of the above

37. समुच्चय $N(a,b)=\{(x,y):\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}<\delta\}$ कहलाता है :

(A) बिन्दु (a, b) का डिलीटेड नेबरहुड

(B) बिन्दु (a, b) का वृत्ताकार नेबरहुड

(C) बिन्दु (a, b) का आयताकार नेबरहुड

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

38. $\lim_{(x,y)\to(1,2)} xy$ will be

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

38. $\lim_{(x,y)\to(1,2)} xy$ होगा :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

39. If $f(x,y)=\dfrac{\sin^{-1}(xy-2)}{\tan^{-1}(3xy-6)}$ then $\lim_{(x,y)\to(2,1)} f(x,y)$ will be :

(A) $\dfrac{1}{6}$

(B) $\dfrac{1}{3}$

(C) $\dfrac{1}{2}$

(D) $\dfrac{1}{4}$

39. यदि $f(x,y)=\dfrac{\sin^{-1}(xy-2)}{\tan^{-1}(3xy-6)}$ तब $\lim_{(x,y)\to(2,1)} f(x,y)$ होगा :

(A) $\dfrac{1}{6}$

(B) $\dfrac{1}{3}$

(C) $\dfrac{1}{2}$

(D) $\dfrac{1}{4}$

40. The function $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x-y}, & x\neq y\\ 0, & x=y\end{cases}$ is :

(A) Discontinuous at (0, 0)

(B) Continuous at (0, 0)

(C) Differentiable at (0, 0)

(D) None of the above

40. फलन $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x-y}, & x\neq y\\ 0, & x=y\end{cases}$:

(A) (0, 0) पर असतत है

(B) (0, 0) पर सतत है

(C) (0, 0) पर अवकलनीय है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

41. The function $y = \frac{x}{\log x}$ increases in :

(A) $(0, e)$

(B) (e, ∞)

(C) $\left(-\frac{e}{2}, \frac{e}{2}\right)$

(D) None of the above

41. फलन $y = \frac{x}{\log x}$ वर्धमान है :

(A) $(0, e)$

(B) (e, ∞)

(C) $\left(-\frac{e}{2}, \frac{e}{2}\right)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

42. If the equation $17x^7 - 19x^5 - 1 = 0$ has a solution x_0 then x_0 will be :

(A) 0

(B) $-1 < x_0 < 0$

(C) $0 < x_0 < 1$

(D) 1

42. यदि समीकरण $17x^7 - 19x^5 - 1 = 0$ का एक हल x_0 है तब x_0 होगा :

(A) 0

(B) $-1 < x_0 < 0$

(C) $0 < x_0 < 1$

(D) 1

43. On $[0, \infty)$ the function $f(x) = \sin x^2$ is :

(A) Uniformly continuous

(B) Not uniformly continuous

(C) Not differentiable

(D) None of the above

43. $[0, \infty)$ पर फलन $f(x) = \sin x^2$:

(A) एकसमान सतत है

(B) एकसमान सतत नहीं है

(C) अवकलनीय नहीं है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

44. Which one of the following limits does not exist?

(A) $\lim_{(x, y)\to(0, 0)} \frac{2x^2 y}{x^4 + y^2}$

(B) $\lim_{(x, y)\to(1, 2)} (2x + 3y)$

(C) $\lim_{(x, y)\to(1, 2)} (x^2 + 3y)$

(D) $\lim_{(x, y)\to(0, 0)} (x + y)$

44. निम्नलिखित में से किस एक सीमा का अस्तित्व नहीं है?

(A) $\lim_{(x, y)\to(0, 0)} \frac{2x^2 y}{x^4 + y^2}$

(B) $\lim_{(x, y)\to(1, 2)} (2x + 3y)$

(C) $\lim_{(x, y)\to(1, 2)} (x^2 + 3y)$

(D) $\lim_{(x, y)\to(0, 0)} (x + y)$

45. Let $f:[0,2]\to R$ defined by $f(x)=\begin{cases}1, & \text{when } x\neq 1\\ 0, & \text{when } x=1\end{cases}$ then $\int_0^2 f(x)dx$ will be :

(A) 2

(B) 3

(C) 1

(D) 0

45. यदि फलन $f:[0,2]\to R$, $f(x)=\begin{cases}1, & \text{जब } x\neq 1\\ 0, & \text{जब } x=1\end{cases}$ से परिभाषित है तब $\int_0^2 f(x)dx$ का मान होगा :

(A) 2

(B) 3

(C) 1

(D) 0

46. Let the function $f:[a,b]\to R$ defined by $f(x)=c, \forall x\in[a,b]$ then which is true?

(A) $\underline{\int_a^b} f(x)dx$ does not exist

(B) $\overline{\int_a^b} f(x)dx$ does not exist

(C) $f\in R[a,b]$

(D) None of the above

46. यदि फलन $f:[a,b]\to R$, $f(x)=c, \forall x\in[a,b]$ से परिभाषित है तब कौन-सा सत्य है?

(A) $\underline{\int_a^b} f(x)dx$ का अस्तित्व नहीं है

(B) $\overline{\int_a^b} f(x)dx$ का अस्तित्व नहीं है

(C) $f\in R[a,b]$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

47. If P_1, P_2 are any two partitions of [a, b] then which is true ?

(A) $U(P_1,f)\geq L(P_2,f)$

(B) $U(P_1,f)< L(P_2,f)$

(C) $L(P_1,f)\geq U(P_2,f)$

(D) None of the above

47. यदि P_1, P_2, [a, b] के दो विभाजन हैं तब कौन-सा सत्य है?

(A) $U(P_1,f)\geq L(P_2,f)$

(B) $U(P_1,f)< L(P_2,f)$

(C) $L(P_1,f)\geq U(P_2,f)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

48. If $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$ where $a \geq 0$ and $x_1 > 0$ then x_n converges to :

(A) 0

(B) $\sqrt{a}$

(C) $-\sqrt{a}$

(D) 1

48. यदि $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$ जहाँ $a \geq 0$ और $x_1 > 0$ तब x_n अभिसारित हो जाता है :

(A) 0

(B) $\sqrt{a}$

(C) $-\sqrt{a}$

(D) 1

49. Find $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} \right]$:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

49. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} \right]$ का मान होगाः

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

50. If $\{x_n\}$ be a sequence such that $x_n > 0, \forall n$ and if $\lim_{n\to\infty} x_n = \ell$ then the value of $\lim_{n\to\infty}(x_1, x_2, \ldots, x_n)^{1/n}$ will be :

(A) 0

(B) ℓ

(C) 2ℓ

(D) ∞

50. यदि $\{x_n\}$ एक अनुक्रम है जहाँ $x_n > 0, \forall n$ और यदि $\lim_{n\to\infty} x_n = \ell$ तब $\lim_{n\to\infty}(x_1, x_2, \ldots, x_n)^{1/n}$ का मान होगा :

(A) 0

(B) ℓ

(C) 2ℓ

(D) ∞

51. The value of $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^n}{n!} \right)^{1/n}$ will be :

(A) 0

(B) e

(C) $2e$

(D) $1/e$

51. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^n}{n!} \right)^{1/n}$ का मान होगा :

(A) 0

(B) e

(C) $2e$

(D) $1/e$

52. On [0, 1], the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$:

(A) Converges uniformly

(B) Converges non-uniformly

(C) Diverges uniformly

(D) None of the above

52. [0, 1] पर श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$:

(A) एकसमान अभिसारी है

(B) एकसमान अभिसारी नहीं है

(C) एकसमान अपसारी है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

53. The value of $\int_0^1 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} \right) dx$ is :

(A) $\sum \frac{1}{n(n+1)}$

(B) $\sum \frac{1}{n^2(n+1)}$

(C) $\sum \frac{1}{n^3(n+1)}$

(D) $\sum \frac{1}{n(n^2+1)}$

53. $\int_0^1 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} \right) dx$ का मान होगा :

(A) $\sum \frac{1}{n(n+1)}$

(B) $\sum \frac{1}{n^2(n+1)}$

(C) $\sum \frac{1}{n^3(n+1)}$

(D) $\sum \frac{1}{n(n^2+1)}$

54. If a function $f(x)$ is continuous in a closed interval $[a, b]$ then it will be :

(A) Bounded

(B) Unbounded

(C) Constant

(D) None of the above

54. यदि एक फलन $f(x)$ एक संवृत अन्तराल $[a, b]$ में सतत है तब यह होगा :

(A) परिबद्ध

(B) अपरिबद्ध

(C) स्थिर

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

55. The function $f(x) = x^{100} + \sin x - 1$ is increasing in the interval :

(A) $(-\pi/2, 0)$

(B) $(0, \pi/2)$

(C) $\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$

(D) None of the above

55. फलन $f(x) = x^{100} + \sin x - 1$ अन्तराल .... में वर्धमान है।

(A) $(-\pi/2, 0)$

(B) $(0, \pi/2)$

(C) $\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

56. If D denotes derived set of a set then $D(Q)$ will be, where Q denotes the set of rational numbers :

(A) Q

(B) Q'

(C) R

(D) None of the above

56. यदि D किसी समुच्चय के व्युत्पन्न समुच्चय को प्रदर्शित करता है तब D(Q) होगा, जहाँ Q परिमेय संख्याओं के समुच्चय को प्रदर्शित करता है:

(A) Q

(B) Q'

(C) R

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

57. Neighbourhood of $\frac{1}{2}$ is the set :

(A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

(B) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(C) R

(D) $\left(0, \frac{1}{2}\right]$

57. निम्न में से कौन-सा समुच्चय $\frac{1}{2}$ का नेबरहुड होगा?

(A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

(B) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(C) R

(D) $\left(0, \frac{1}{2}\right]$

58. The set of limit points of N is :

(A) ϕ (B) N

(C) Q (D) R

58. N के लिमिट प्वाइंट का समुच्चय होगा :

(A) ϕ (B) N

(C) Q (D) R

59. Which of the following set is dense in R?

(A) N

(B) Z

(C) Q

(D) None of the above

59. निम्न में से कौन-सा समुच्चय R में सघन है?

(A) N

(B) Z

(C) Q

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

60. Which of the following set is not countable?

(A) N

(B) Z

(C) Q

(D) R

60. निम्न में से कौन-सा समुच्चय अगणनीय है?

(A) N

(B) Z

(C) Q

(D) R

61. The value of

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[1+2^{1/3}+3^{1/3}+\ldots+n^{1/n}\right]$$

will be :

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

62. The value of $\lim_{n\to\infty} (n!)^{1/n}$ will be :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) ∞

63. The series $\sum_{n=0}^{\infty} xe^{-nx}$ is uniformly convergent on :

(A) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(B) [0, 1]

(C) [1, 2]

(D) None of the above

64. On R the sequence $\{ f_n \}$ where $f_n(x) = \frac{x}{1+nx^2}$:

(A) Converges uniformly

(B) Converges non-uniformly

(C) Diverges uniformly

(D) None of the above

61. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[1+2^{1/3}+3^{1/3}+\ldots+n^{1/n}\right]$

का मान होगा :

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

62. $\lim_{n\to\infty} (n!)^{1/n}$ का मान होगा :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) ∞

63. श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} xe^{-nx}$ एकसमान अभिसारी होगी :

(A) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(B) [0, 1]

(C) [1, 2]

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

64. R पर अनुक्रम $\{f_n\}$ जहाँ $f_n(x) = \frac{x}{1+nx^2}$:

(A) एकसमान अभिसारी है

(B) एकसमान अभिसारी नहीं है

(C) एकसमान अपसारी है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

65. The value of $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y)$ where

$$f(x,y)=\frac{xy\left(x^2-y^2\right)}{\left(x^2+y^2\right)}$$ is :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) Does not exist

65. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y)$ का मान होगा जहाँ

$$f(x,y)=\frac{xy\left(x^2-y^2\right)}{\left(x^2+y^2\right)}$$:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) अस्तित्व में नहीं है

66. Extrema for the function $x^2+y^2+z^2$ subject to constraint $x^2+2y^2-z^2-1=0$ is:

(A) (2, 0, 0)

(B) $(\pm 1, 0, 0)$

(C) $(0, \pm 2, 0)$

(D) $\left(\frac{1}{2}, 0, \pm 1\right)$

66. फलन $x^2+y^2+z^2$ का चरम, बाधा $x^2+2y^2-z^2-1=0$ के अधीन है, है :

(A) (2, 0, 0)

(B) $(\pm 1, 0, 0)$

(C) $(0, \pm 2, 0)$

(D) $\left(\frac{1}{2}, 0, \pm 1\right)$

67. Minima of the function

$$f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2+x-2z-xy$$

will be at the point :

(A) $(1, 0, 0)$

(B) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -1\right)$

(C) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 1\right)$

(D) $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$

67. फलन

$$f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2+x-2z-xy$$

का न्यूनतम मान होगा, बिन्दु :

(A) $(1, 0, 0)$

(B) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -1\right)$

(C) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 1\right)$

(D) $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$

68. Which is true among the followings?

(A) $\int_{\underline{a}}^{b} f \le \int_{a}^{\bar{b}} f$

(B) $\int_{\underline{a}}^{b} f \ge \int_{a}^{\bar{b}} f$

(C) $\int_{\underline{a}}^{b} f > \int_{a}^{\bar{b}} f$

(D) None of the above

69. Let f, g be bounded functions defined on $[a, b]$ and P be any partition of $[a, b]$ then which is true?

(A) $U(P, f+g) \le U(P, f) + U(P, g)$

(B) $U(P, f+g) \ge U(P, f) + U(P, g)$

(C) $U(P, f+g) = U(P, f) + U(P, g)$

(D) None of the above

70. If $f:[a, b] \to R$ is a bounded function then which is true?

(A) $U(P, -f) = -U(P, f)$

(B) $U(P, -f) = -L(P, f)$

(C) $U(P, -f) = L(P, f)$

(D) None of the above

71. If f is a bounded function on $[a, b]$ and P is a partition of [a, b] then $\lim_{\|P\| \to 0} L(P, f)$ will be :

(A) $\int_{\underline{a}}^{b} f$

(B) $\int_{a}^{\bar{b}} f$

(C) $\int_{a}^{b} f$

(D) None of the above

68. निम्नलिखित में कौन सही है :

(A) $\int_{\underline{a}}^{b} f \le \int_{a}^{\bar{b}} f$

(B) $\int_{\underline{a}}^{b} f \ge \int_{a}^{\bar{b}} f$

(C) $\int_{\underline{a}}^{b} f > \int_{a}^{\bar{b}} f$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

69. यदि $f, g,$ $[a, b]$ पर परिभाषित दो परिबद्ध फलन हैं और P, $[a, b]$ का कोई विभाजन है तब सत्य होगा :

(A) $U(P, f+g) \le U(P, f) + U(P, g)$

(B) $U(P, f+g) \ge U(P, f) + U(P, g)$

(C) $U(P, f+g) = U(P, f) + U(P, g)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

70. यदि $f:[a, b] \to R$, एक परिबद्ध फलन है तब कौन-सा सत्य है?

(A) $U(P, -f) = -U(P, f)$

(B) $U(P, -f) = -L(P, f)$

(C) $U(P, -f) = L(P, f)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

71. यदि f, $[a, b]$ पर परिभाषित एक परिबद्ध फलन है एवं P, $[a, b]$ का एक विभाजन है तब $\lim_{\|P\| \to 0} L(P, f)$ होगा :

(A) $\int_{\underline{a}}^{b} f$

(B) $\int_{a}^{\bar{b}} f$

(C) $\int_{a}^{b} f$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

72. Which one of the following sets is a perfect set?

(A) A finite set

(B) The set $E = [0, 1]$

(C) The set N of natural numbers

(D) The set Q of rational numbers

72. निम्न समुच्चयों में से कौन-सा समुच्चय एक परफेक्ट समुच्चय है?

(A) एक सीमित समुच्चय

(B) समुच्चय $E = [0, 1]$

(C) प्राकृत संख्याओं का समुच्चय N

(D) परिमेय संख्याओं का समुच्चय Q

73. If a point $p \in E$ is not a limit point of E then it is called :

(A) Perfect point

(B) Isolated point

(C) Adherent point

(D) Boundary point

73. यदि बिन्दु $p \in E$ समुच्चय E का लिमिट प्वाइंट नहीं है तब यह बिन्दु कहलाता है :

(A) परफेक्ट प्वाइंट

(B) आइसोलेटेड प्वाइंट

(C) एडहेरेन्ट प्वाइंट

(D) बाउन्ड्री प्वाइंट

74. The value of $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)}{\sqrt{n}}$ is :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) $\pi / 3$

74. $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)}{\sqrt{n}}$ का मान होता है :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) $\pi / 3$

75. If $\{x_n\}$ be a sequence such that $\lim_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \ell > 1$ then $\lim_{n\to\infty} x_n$ will be :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) ∞

75. यदि $\{x_n\}$ एक अनुक्रम है जहाँ $\lim_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \ell > 1$ तब $\lim_{n\to\infty} x_n$ होगा :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) ∞

76. The sequence $\{x_n\}$ defined by $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ is :

(A) Convergent

(B) Divergent

(C) Oscillatory

(D) None of the above

76. अनुक्रम $\{x_n\}$ जहाँ $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ है :

(A) अभिसारी

(B) अपसारी

(C) दोलनकारी

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

77. If $f \in R[a, b]$ then which is true?

(A) $\left|\int_a^b f\right| = \int_a^b |f|$

(B) $\left|\int_a^b f\right| \le \int_a^b |f|$

(C) $\left|\int_a^b f\right| \ge \int_a^b |f|$

(D) None of the above

78. If $f, g \in R[a, b]$ then which is true?

(A) $\int_a^b (f+g)\,dx = \int_a^b f\,dx + \int_a^b g\,dx$

(B) $\int_a^b (f+g)\,dx \ge \int_a^b f\,dx + \int_a^b g\,dx$

(C) $\int_a^b (f+g)\,dx \le \int_a^b f\,dx + \int_a^b g\,dx$

(D) None of the above

79. If $f \in R[a, b]$ and if there is a differentiable function F on $[a, b]$ such that $F' = f$ then which is true?

(A) $\int_a^b f\,dx = F(b) - F(a)$

(B) $\int_a^b f\,dx \ge F(b) - F(a)$

(C) $\int_a^b f\,dx \le F(b) - F(a)$

(D) None of the above

80. The value of the integral $\int_0^\infty e^{-\sqrt{x}}dx$ is :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

77. यदि $f \in R[a, b]$ तब कौन-सा सत्य है?

(A) $\left|\int_a^b f\right| = \int_a^b |f|$

(B) $\left|\int_a^b f\right| \le \int_a^b |f|$

(C) $\left|\int_a^b f\right| \ge \int_a^b |f|$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

78. यदि $f, g \in R[a, b]$ तब कौन-सा सत्य है?

(A) $\int_a^b (f+g)\,dx = \int_a^b f\,dx + \int_a^b g\,dx$

(B) $\int_a^b (f+g)\,dx \ge \int_a^b f\,dx + \int_a^b g\,dx$

(C) $\int_a^b (f+g)\,dx \le \int_a^b f\,dx + \int_a^b g\,dx$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

79. यदि $f \in R[a, b]$ और एक अवकलनीय फलन F जो कि $[a, b]$ पर परिभाषित है एवं $F' = f$ तब कौन-सा सत्य है?

(A) $\int_a^b f\,dx = F(b) - F(a)$

(B) $\int_a^b f\,dx \ge F(b) - F(a)$

(C) $\int_a^b f\,dx \le F(b) - F(a)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

80. समाकलन $\int_0^\infty e^{-\sqrt{x}}dx$ का मान होगा :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

Rough Work / रफ कार्य

Example :

Question :

Q.1 Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ

Q.2 Ⓐ Ⓑ ● Ⓓ

Q.3 Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ

4. Each question carries equal marks. Marks will be awarded according to the number of correct answers you have.

5. All answers are to be given on OMR Answer Sheet only. Answers given anywhere other than the place specified in the answer sheet will not be considered valid.

6. Before writing anything on the OMR Answer Sheet, all the instructions given in it should be read carefully.

7. After the completion of the examination, candidates should leave the examination hall only after providing their OMR Answer Sheet to the invigilator. Candidate can carry their Question Booklet.

8. There will be no negative marking.

9. Rough work, if any, should be done on the blank pages provided for the purpose in the booklet.

10. To bring and use of log-book, calculator, pager & cellular phone in examination hall is prohibited.

11. In case of any difference found in English and Hindi version of the question, the English version of the question will be held authentic.

Impt. On opening the question booklet, first check that all the pages of the question booklet are printed properly. If there is any discrepancy in the question Booklet, then after showing it to the invigilator, get another question Booklet of the same series.

उदाहरण :

प्रश्न :

प्रश्न 1 Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ

प्रश्न 2 Ⓐ Ⓑ ● Ⓓ

प्रश्न 3 Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ

4. प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं। आपके जितने उत्तर सही होंगे, उन्हीं के अनुसार अंक प्रदान किये जायेंगे।

5. सभी उत्तर केवल ओ०एम०आर० उत्तर-पत्रक (OMR Answer Sheet) पर ही दिये जाने हैं। उत्तर-पत्रक में निर्धारित स्थान के अलावा अन्यत्र कहीं पर दिया गया उत्तर मान्य नहीं होगा।

6. ओ०एम०आर० उत्तर-पत्रक (OMR Answer Sheet) पर कुछ भी लिखने से पूर्व उसमें दिये गये सभी अनुदेशों को सावधानीपूर्वक पढ़ लिया जाये।

7. परीक्षा समाप्ति के उपरान्त परीक्षार्थी कक्ष निरीक्षक को अपनी OMR Answer Sheet उपलब्ध कराने के बाद ही परीक्षा कक्ष से प्रस्थान करें। परीक्षार्थी अपने साथ प्रश्न-पुस्तिका ले जा सकते हैं।

8. निगेटिव मार्किंग नहीं है।

9. कोई भी रफ कार्य, प्रश्न-पुस्तिका में, रफ-कार्य के लिए दिए खाली पेज पर ही किया जाना चाहिए।

10. परीक्षा-कक्ष में लॉग-बुक, कैल्कुलेटर, पेजर तथा सेल्युलर फोन ले जाना तथा उसका उपयोग करना वर्जित है।

11. प्रश्न के हिन्दी एवं अंग्रेजी रूपान्तरण में भिन्नता होने की दशा में प्रश्न का अंग्रेजी रूपान्तरण ही मान्य होगा।

महत्वपूर्णः प्रश्नपुस्तिका खोलने पर प्रथमतः जाँच कर देख लें कि प्रश्नपुस्तिका के सभी पृष्ठ भलीभाँति छपे हुए हैं। यदि प्रश्नपुस्तिका में कोई कमी हो, तो कक्षनिरीक्षक को दिखाकर उसी सिरीज की दूसरी प्रश्नपुस्तिका प्राप्त कर लें।